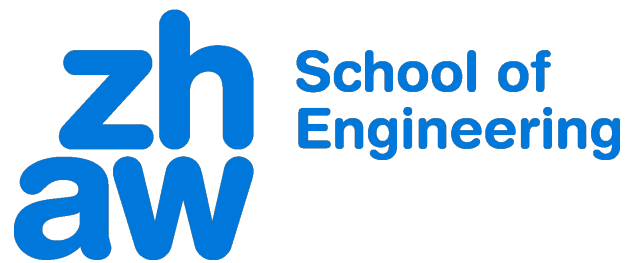


ZHAW Zurich University of Applied Sciences
Winterthur



Zusammenfassung AN2

Studienwochen 1-14

Written by: Severin Sprenger
(w/ inputs from lienhyan & hofmaal2)
October 13, 2025
Zf. AN2 SW 1-14

1 Ableitungstabelle

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C	0	$\log_n(x)$	$\frac{1}{x \cdot \ln(a)}$
$C \cdot x$	C	e^x	e^x
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	n^x	$\ln(n) \cdot n^x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x}}$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\cosh(x)$	$\sinh(x)$

2 Ableitungsregeln

$$\begin{aligned}\{f(x) + g(x)\}' &= f'(x) + g'(x) \\ \{f(x) \cdot g(x)\}' &= f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \\ \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' &= \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2} \\ \{f(g(x))\}' &= f'(g(x)) \cdot g'(x)\end{aligned}$$

3 Aufleitungstabelle

$f(x)$	$\int f(x) dx$	$f(x)$	$\int f(x) dx$
0	C	e^x	$e^x + C$
a	$a \cdot x + C$	$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$	$\cos(x)$	$\sin(x) + C$
$n^x, n > 1$	$\frac{n^x}{\ln(n)} + C$	$(a \cdot x + b)^n, n \neq -1$	$\frac{1}{a \cdot (n+1)} (a \cdot x + b)^{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C$	$\frac{1}{a \cdot x + b}$	$\frac{1}{a} \cdot \ln(a \cdot x + b) + C$

4 Differentialgleichungen (DGLs)

4.1 Homogene Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten

$$a \cdot y'' + b \cdot y' + c \cdot y = 0 \implies a \cdot \lambda^2 + b \cdot \lambda + c = 0$$

- **Zwei verschiedene reelle Nullstellen:** $\lambda_1 \neq \lambda_2$

$$\begin{aligned}y_h(x) &= C_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + C_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot x} \\ y_h'(x) &= C_1 \cdot \lambda_1 \cdot e^{\lambda_1 \cdot x} + C_2 \cdot \lambda_2 \cdot e^{\lambda_2 \cdot x}\end{aligned}$$

- **Eine reelle doppelte Nullstelle:** $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$

$$\begin{aligned}y_h(x) &= C_1 \cdot e^{\lambda \cdot x} + C_2 \cdot x \cdot e^{\lambda \cdot x} \\ y_h'(x) &= (C_1 \cdot \lambda + C_2) \cdot e^{\lambda \cdot x} + C_2 \cdot \lambda \cdot x \cdot e^{\lambda \cdot x}\end{aligned}$$

- **Zwei komplexe konjugierte Nullstellen:** $\lambda_{1,2} = \alpha \pm i \cdot \beta$ ($\beta \neq 0$)

$$\begin{aligned}y_h(x) &= e^{\alpha \cdot x} \cdot (C_1 \cdot \cos(\beta \cdot x) + C_2 \cdot \sin(\beta \cdot x)) \\ y_h'(x) &= e^{\alpha \cdot x} \cdot ((\alpha \cdot C_1 + \beta \cdot C_2) \cdot \cos(\beta \cdot x) + (\alpha \cdot C_2 - \beta \cdot C_1) \cdot \sin(\beta \cdot x))\end{aligned}$$

5 L'Hôpital

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0 \text{ oder } \pm \infty \implies \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

6 Trigonometrische Funktionen

6.1 Winkelfunktionen im allgemeinen Dreieck

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

6.2 Winkeladditionsformeln

$$\begin{aligned} \tan(\phi + \psi) &= \frac{\tan(\phi) + \tan(\psi)}{1 - \tan(\phi) \cdot \tan(\psi)} \\ \cot(\phi + \psi) &= \frac{\cot(\phi) \cdot \cot(\psi) - 1}{\cot(\phi) + \cot(\psi)} \end{aligned}$$

6.3 Doppelwinkelformel

$$\begin{aligned} \sin(2 \cdot x) &= 2 \cdot \sin(x) \cdot \cos(x) \\ \cos(2 \cdot x) &= \cos^2(x) - \sin^2(x) \\ &= 2 \cdot \cos^2(x) - 1 \\ &= 1 - 2 \cdot \sin^2(x) \\ \tan(2 \cdot x) &= \frac{2 \cdot \tan(x)}{1 - \tan^2(x)} \end{aligned}$$

6.4 Tripelwinkelformel

$$\begin{aligned} \sin(3 \cdot x) &= 3 \cdot \sin(x) - 4 \cdot \sin^3(x) \\ \cos(3 \cdot x) &= 4 \cdot \cos^3(x) - 3 \cdot \cos(x) \\ \tan(3 \cdot x) &= \frac{3 \cdot \tan(x) - \tan^3(x)}{1 - 3 \cdot \tan^2(x)} \end{aligned}$$

6.5 Halbwinkelformel

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}} \\ \cos\left(\frac{x}{2}\right) &= \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}} \\ \tan\left(\frac{x}{2}\right) &= \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x)} = \frac{\sin(x)}{1 + \cos(x)} \end{aligned}$$

6.6 Produktformel

$$\begin{aligned} \sin(x) \cdot \sin(y) &= \frac{1}{2} \cdot (\cos(x - y) - \cos(x + y)) \\ \cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} \cdot (\cos(x - y) + \cos(x + y)) \\ \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} \cdot (\sin(x + y) + \sin(x - y)) \end{aligned}$$

6.7 Pythagoras

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

7 Harmonische Überlagerung

$$\begin{aligned} A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm \phi) &= A \cdot (\sin(\omega \cdot t) \cdot \cos(\phi) \pm \cos(\omega \cdot t) \cdot \sin(\phi)) \\ &= \underbrace{A \cdot \cos(\phi)}_{A_{\sin}} \cdot \sin(\omega \cdot t) \pm \underbrace{A \cdot \sin(\phi)}_{A_{\cos}} \cdot \cos(\omega \cdot t) \\ \frac{A_{\cos}}{A_{\sin}} &= \frac{A \cdot \sin(\phi)}{A \cdot \cos(\phi)} = \tan(\phi) \end{aligned}$$

8 Hyperbolische Funktionen

$$\begin{aligned} \tanh(x) &= \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \\ \operatorname{artanh}(x) &= \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \quad x \in]-1, +1[\end{aligned}$$

9 Taylor

$$\begin{aligned} T_n(x) &= \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x - x_0)^k \\ f(x) &= T_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \cdot (x - x_0)^{n+1} \\ R_n(x) &= \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \cdot (x - x_0)^{n+1} \\ \xi &= [x_0; x] \end{aligned}$$

Wenn $\lim_{n \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ dann kann die Funktion als Taylorreihe dargestellt werden.