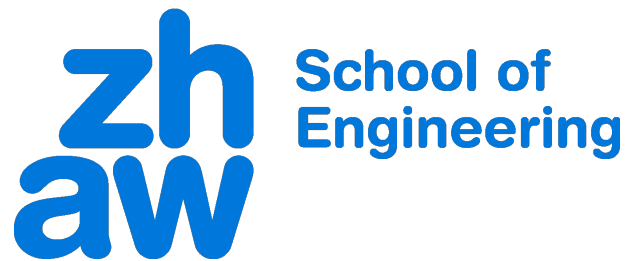


ZHAW Zurich University of Applied Sciences
Winterthur



Zusammenfassung AN2

Studienwochen 1-7

Written by: Severin Sprenger
October 13, 2025
Zf. AN2 SW 1-7

1 Ableitungstabelle

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C	0	$\log_n(x)$	$\frac{1}{x \ln(a)}$
Cx	C	e^x	e^x
x^n	nx^{n-1}	n^x	$\ln(n)n^x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$	$\cosh(x)$	$\sinh(x)$

2 Ableitungsregeln

$$\begin{aligned}\{f(x) + g(x)\}' &= f'(x) + g'(x) \\ \{f(x) \cdot g(x)\}' &= f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \\ \left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' &= \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2} \\ \{f(g(x))\}' &= f'(g(x)) \cdot g'(x)\end{aligned}$$

3 Aufleitungstabelle

$f(x)$	$\int f(x) dx$	$f(x)$	$\int f(x) dx$
0	C	e^x	$e^x + C$
a	$ax + C$	$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$	$\cos(x)$	$\sin(x) + C$
$n^x, n > 1$	$\frac{n^x}{\ln(n)} + C$	$(ax+b)^n, n \neq -1$	$\frac{1}{a(n+1)}(ax+b)^{n+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C$	$\frac{1}{ax+b}$	$\frac{1}{a} \ln(ax+b) + C$

4 L'Hôpital

Wenn

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = \lim_{x \rightarrow c} g(x) = 0 \text{ oder } \pm \infty$$

denn

$$\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

5 Newtonsches Tangentenverfahren

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

6 Trigonometrische Funktionen

6.1 Winkelfunktionen im allgemeinen Dreieck

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \quad \frac{a}{c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}, \quad \frac{b}{c} = \frac{\sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \gamma$$

6.2 Winkeladditionsformeln

$$\cos(\phi + \psi) = \cos(\phi) \cdot \cos(\psi) - \sin(\phi) \cdot \sin(\psi)$$

$$\sin(\phi + \psi) = \cos(\phi) \cdot \sin(\psi) + \cos(\psi) \cdot \sin(\phi)$$

$$\tan(\phi + \psi) = \frac{\tan(\phi) + \tan(\psi)}{1 - \tan(\phi) \cdot \tan(\psi)}$$

$$\cot(\phi + \psi) = \frac{\cot(\phi) \cdot \cot(\psi) - 1}{\cot(\phi) + \cot(\psi)}$$

6.3 Pythagoras

$$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1$$

7 Hyperbolische Funktionen

$$\cosh(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x + e^{-x})$$

$$\sinh(x) = \frac{1}{2} \cdot (e^x - e^{-x})$$

$$\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\operatorname{arcosh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}), \quad x \in [1, \infty[$$

$$\operatorname{arsinh}(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{artanh}(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right), \quad x \in]-1, +1[$$

8 Potenzreihe

$$a(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \cdot (x - x_0)^k$$

$$a_k = \frac{a^{(k)}(x_0)}{k!}$$

8.1 Konvergenzradius

$$[x_0 - \rho, x_0 + \rho]$$

$$\rho = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right|$$

8.2 Differenzionssatz

$$a'(x) = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot a_k \cdot (x - x_0)^{k-1}$$

8.3 Integrationssatz

$$A(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \cdot a_k \cdot (x - x_0)^{k+1} + C$$

9 Taylor

$$T_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} \cdot (x - x_0)^k$$

$$f(x) = T_n(x) + \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \cdot (x - x_0)^{n+1}$$

$$R_n(x) = \frac{f^{(n+1)}(\xi(x))}{(n+1)!} \cdot (x - x_0)^{n+1}$$

$$\xi = [x_0; x]$$

Wenn $\lim_{x \rightarrow \infty} R_n(x) = 0$ dann kann die Funktion als Taylorreihe dargestellt werden.

9.1 Wichtige Taylorreihen

$$e^x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \cdot x^k$$

$$\sin(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k + 1)!} \cdot x^{2 \cdot k + 1}$$

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2 \cdot k)!} \cdot x^{2 \cdot k}$$

$$\sinh(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot k + 1)!} \cdot x^{2 \cdot k + 1}$$

$$\cosh(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2 \cdot k)!} \cdot x^{2 \cdot k}$$

9.2 Newton Reihe

$$(1+x)^\alpha = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{\alpha}{k} \cdot x^k$$

$$\binom{\alpha}{k} = \frac{\alpha \cdot (\alpha - 1) \dots (\alpha - (k - 1))}{k!}$$

$$\binom{\alpha}{0} = 1$$