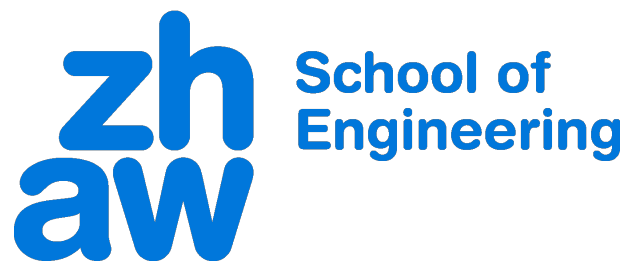


ZHAW Zurich University of Applied Sciences
Winterthur



Zusammenfassung EL2

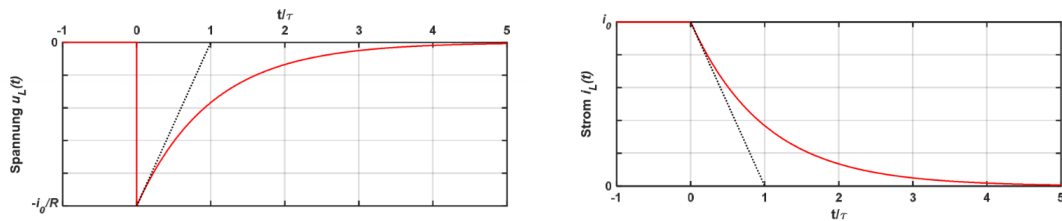
Studienwochen 1-8

Written by: Severin Sprenger & Yannick Lienhard
October 13, 2025
Zf. EL2 SW 1-8

1 Spule

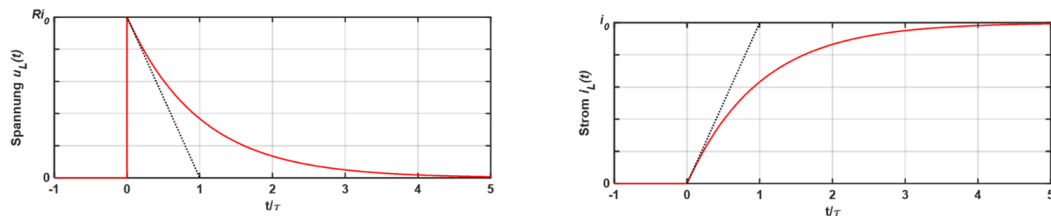
$$\begin{aligned} u(t) &= L \cdot \frac{di(t)}{dt} \\ &= L \cdot \dot{i}(t) \end{aligned}$$

1.1 Entladevorgang



$$\begin{aligned} \tau &= \frac{L}{R} \\ i_L(t) &= I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \\ u_L(t) &= -R \cdot I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \end{aligned}$$

1.2 Ladevorgang



$$\begin{aligned} \tau &= \frac{L}{R} \\ i_L(t) &= I_0 \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) \\ u_L(t) &= R \cdot I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \end{aligned}$$

2 Komplexe Signale

2.1 Spannung und Strom

$$\begin{aligned} \underline{U} &= \hat{U} \cdot e^{j \cdot \varphi_U} \rightarrow \underline{U}(t) = \underline{U} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \\ \underline{I} &= \hat{I} \cdot e^{j \cdot \varphi_I} \rightarrow \underline{I}(t) = \underline{I} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} \\ \varphi &= \varphi_U - \varphi_I \end{aligned}$$

2.2 Impedanzen

$$\begin{aligned}
 \underline{Z} &= \frac{\underline{U}(t)}{\underline{I}(t)} \\
 &= \frac{\underline{U} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}}{\underline{I} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}} \\
 &= \underbrace{x}_R + \underbrace{y}_{+L/-C} \cdot j \\
 &= |Z| \cdot e^{j \cdot \varphi_Z} \\
 \varphi_Z &= \varphi_U - \varphi_I
 \end{aligned}$$

2.3 Admittanz

$$\begin{aligned}
 \underline{Y} &= \frac{1}{\underline{Z}} \\
 &= \frac{\underline{I}(t)}{\underline{U}(t)} \\
 &= \frac{\underline{I} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}}{\underline{U} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}}
 \end{aligned}$$

2.4 Widerstand

$$\begin{aligned}
 \underline{Z} &= R \\
 \underline{Y} &= \frac{1}{R}
 \end{aligned}$$

2.5 Kondensator

$$\begin{aligned}
 \underline{Z} &= \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} = \frac{j}{-\omega \cdot C} \\
 \underline{Y} &= j \cdot \omega \cdot C
 \end{aligned}$$

2.6 Spule

$$\begin{aligned}
 \underline{Z} &= j \cdot \omega \cdot L \\
 \underline{Y} &= \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L} = \frac{j}{-\omega \cdot L}
 \end{aligned}$$

2.7 Resonanz

$$\operatorname{Im}(\underline{Z}) = 0$$

3 Leistung

$$\begin{aligned}
 U_{eff} &= \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}} \\
 I_{eff} &= \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}}
 \end{aligned}$$

3.1 Momentanleistung

$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

3.2 Effektive Leistung

$$P = \frac{1}{T} \cdot \int_T u(t) \cdot i(t) dt$$

3.3 Komplexe Leistung (Scheinleistung)

$$\begin{aligned}\underline{S} &= \underline{U}(t) \cdot \underline{I}^*(t) \\ &= \hat{U} \cdot \hat{I} \cdot e^{j \cdot \varphi} \\ &= P + Q \cdot j \\ |\underline{S}| &= Z \cdot \hat{I}^2 \cdot e^{j \cdot \varphi_Z} \\ &= \frac{\hat{U}^2}{Z} \cdot e^{j \cdot \varphi_Z} \\ &= \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \\ [\underline{S}] &= \text{VA}\end{aligned}$$

3.3.1 Wirkleistung

$$\begin{aligned}P &= \text{Re}(\underline{S}) \\ &= |\underline{S}| \cdot \cos(\varphi) \\ &= \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cdot \cos(\varphi) \\ [P] &= \text{W}\end{aligned}$$

3.3.2 Bildleistung

$$\begin{aligned}Q &= \text{Im}(\underline{S}) \\ &= |\underline{S}| \cdot \sin(\varphi) \\ &= \frac{\hat{U} \cdot \hat{I}}{2} \cdot \sin(\varphi) \\ [Q] &= \text{Var}\end{aligned}$$

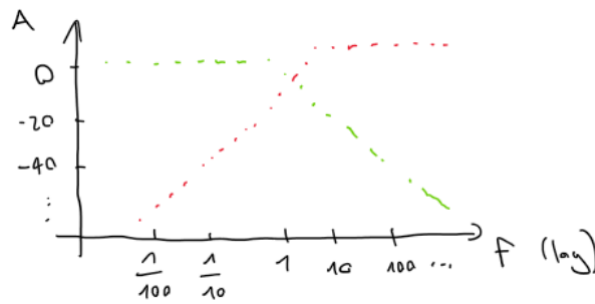
3.4 Leistungsfaktor (Wirkfaktor)

$$\lambda = \frac{P}{|\underline{S}|} = \cos(\varphi)$$

4 Übertragungsfunktion

Signal A ist das Eingangssignal und Signal B ist das Ausgangssignal.

$$\begin{aligned}\underline{H}(\omega) &= \frac{\underline{U}_B(t)}{\underline{U}_A(t)} \\ &= \frac{\hat{U}_B \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_B)}}{\hat{U}_A \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + \varphi_A)}} \\ &= \frac{\hat{U}_B}{\hat{U}_A} \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t + (\varphi_B - \varphi_A))}\end{aligned}$$



4.1 Bode-Plot

- Hochpass 1. Ordnung $\frac{20 \text{ dB}}{\text{dek}}$
- Tiefpass 1. Ordnung $\frac{-20 \text{ dB}}{\text{dek}}$

$$A(\omega) = 20 \cdot \log_{10}(|\underline{H}(\omega)|) \quad - \text{Spannung und Strom}$$

$$A(\omega) = 10 \cdot \log_{10}(|\underline{H}(\omega)|) \quad - \text{Leistungen}$$

$$\varphi(\omega) = \arg(\underline{H}(\omega))$$

4.2 Filter

Grenzfrequenz f_g bei -3 dB .

$$\text{RC Tiefpass} \rightarrow f_g = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

$$\text{LR Tiefpass} \rightarrow f_g = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

$$\text{CR Hochpass} \rightarrow f_g = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

$$\text{RL Hochpass} \rightarrow f_g = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

$$\omega_g = f_g \cdot 2 \cdot \pi$$

4.3 Schwingkreise

Resonanzfrequenz f_r bei $\text{Im}(\underline{Z}) = 0$.

$$\text{LC Serie / Parallel} \rightarrow f_r = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

4.4 Normalisierte Frequenz

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_g}$$

