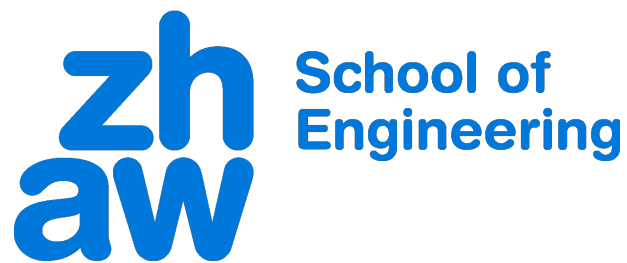


ZHAW Zurich University of Applied Sciences
Winterthur



Zusammenfassung EK2

Studienwochen 1-14

Written by: Severin Sprenger
June 17, 2026
Zf. EK2 SW 1-14

1 Transistor-Verstärkerschaltung

Dieses Thema behandelt das vollständige Gross- und Kleinsignalverhalten von Bipolartransistoren (BJT) und Feldeffekttransistoren (FET), deren Frequenzverhalten sowie Eigenschaften von Differenzstufen.

1.1 DC-Analyse (Arbeitspunkt berechnen)

Alle Kondensatoren werden für Gleichstrom als Leerlauf (offen) betrachtet. Alle Wechselspannungsquellen (Signale) sind null.

- **Basisspannung / Gate-Spannung bestimmen:** Bei einem Spannungsteiler am Eingang exakt über den Thevenin-Äquivalentwiderstand $R_{BB} = R_1 \parallel R_2$ und die Leerlaufspannung $V_{BB} = V_{CC} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ rechnen (sofern der Basisstrom nicht völlig vernachlässigbar ist).
- **Maschengleichung (Eingangskreis):** $V_{BB} - I_B R_{BB} - V_{BE} - I_E R_E = 0$.
- **Ströme berechnen:** Mit der Beziehung $I_C = \beta_{DC} \cdot I_B$ und $I_E = (\beta_{DC} + 1) I_B$ den Kollektorstrom I_C (bzw. I_D beim FET) ausrechnen. Beim FET über die quadratische Gleichung $I_D = \frac{K}{2} (V_{GS} - V_{th})^2$ auflösen (gültig im Sättigungsbereich).
- **Spannungen prüfen:** Die Ausgangsmasche aufstellen: $V_{CE} = V_{CC} - I_C R_C - I_E R_E$. Kontrollieren, ob der Transistor im aktiven Bereich ist ($V_{CE} \geq V_{CE,sat} \approx 0.2V$ für BJT bzw. $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{th}$ für FET).

1.2 Visuelle Kennlinien & Lastgerade

Oft muss der Arbeitspunkt grafisch ermittelt oder kontrolliert werden.

- **Lastgerade (Load Line) einzeichnen:** Schnittpunkte auf den Achsen berechnen. Auf der Y-Achse ($V_{CE} = 0$) liegt der maximale Strom $I_{C,max} = \frac{V_{CC}}{R_{DC}}$. Auf der X-Achse ($I_C = 0$) liegt die maximale Spannung $V_{CE,max} = V_{CC}$. Die Gerade zwischen diesen Punkten ziehen.
- **Arbeitspunkt (AP):** Der Schnittpunkt der Lastgerade mit der jeweiligen Basisstrom-Kennlinie (Ausgangskennlinienfeld) markiert den Arbeitspunkt (I_{C0}, V_{CE0}).
- **Parameter aus Graphen ablesen:** Stromverstärkung $h_{fe} \approx \frac{\Delta I_C}{\Delta I_B}$ aus dem Abstand der Kennlinien bei konstantem V_{CE} . Early-Spannung V_A durch Verlängerung der Kennlinien in den negativen X-Achsen-Bereich (Schnittpunkt ist $-V_A$).

1.3 Kleinsignal-Ersatzschaltbild (AC-Analyse)

Alle Gleichspannungsquellen (DC) werden nach GND kurzgeschlossen. Grosse Kondensatoren (Koppel-/Bypass) werden als Kurzschluss betrachtet.

- **Parameter berechnen (BJT):** Steilheit $g_m = \frac{I_C}{V_T}$ (mit Thermospannung $V_T \approx 25.3 \text{ mV}$), Eingangswiderstand $r_\pi = \frac{\beta_{ac}}{g_m}$, Ausgangswiderstand $r_o = \frac{V_A + V_{CE}}{I_C}$.
- **Parameter berechnen (FET):** Steilheit $g_m = \sqrt{2 \cdot K \cdot I_D}$, Innenwiderstand $r_o = \frac{1}{\lambda I_D}$.
- **Schaltung zeichnen:** Transistor durch das π -Ersatzschaltbild ersetzen. Widerstände, die am selben Netz (z.B. V_{CC} und GND) hängen, liegen nun parallel (z.B. $R_C \parallel R_L$).
- **Verstärkung (A_v) und Widerstände (R_{in}, R_{out}):** Aus dem Ersatzschaltbild die Knotengleichungen ablesen.

$$A_v = \frac{v_{out}}{v_{in}} \quad (\text{z.B. bei Emitterschaltung: } A_v \approx -g_m (R_C \parallel R_L \parallel r_o))$$

1.4 Frequenzgang & GBP (Gain-Bandwidth Product)

- **Untere Grenzfrequenz (f_{cl}):** Entsteht durch externe Koppelkondensatoren. Hochpass-Verhalten. Zeitkonstante $\tau = R_{eq} \cdot C$ bestimmen, wobei R_{eq} der Widerstand ist, den der Kondensator "sieht".
- **Obere Grenzfrequenz (f_{cu}) & Miller-Effekt:** Entsteht durch parasitäre Kapazitäten im Transistor (C_μ bzw. C_{bc}). Die Rückkopplungskapazität wird durch den Miller-Effekt auf die Eingangsseite transformiert:

$$C_{Miller} = C_{bc} \cdot (1 - A_v) \quad (\text{Achtung: } A_v \text{ ist bei invertierenden Stufen negativ!})$$

$$\text{Daraus folgt ein Tiefpass am Eingang: } f_{cu} = \frac{1}{2\pi \cdot R_{in,eq} \cdot (C_{be} + C_{Miller})}.$$

- **GBP:** Das Verstärkungs-Bandbreite-Produkt ist konstant bei einem Roll-off von -20dB/Dekade. $GBP = |A_{mid}| \cdot f_{cu}$.

1.5 CMRR (Gleichtaktunterdrückung)

Falls eine Differenzstufe bewertet wird:

- **Differentielle Verstärkung (A_{diff}):** Differenzsignal liegt an. Symmetrieachse ist AC-Ground (Halbschaltung).
- **Gleichtaktverstärkung (A_{CM}):** Gleichtaktsignal liegt an. Symmetrieachse wird aufgetrennt, Widerstand im Emitterzweig (R_E bzw. r_o der Stromquelle) verdoppelt sich in der Halbschaltung ($2R_E$).
- **CMRR berechnen:**

$$CMRR_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{|A_{diff}|}{|A_{CM}|} \right) \approx 20 \log_{10}(1 + 2g_m R_E)$$

2 Operationsverstärker-Schaltungen (Ideal & Nichtideal)

Meistens Schaltungen aus mehreren OPs, bei denen zuerst ideal gerechnet wird und dann sukzessive parasitäre (nichtideale) Fehlergrößen hinzugefügt werden.

2.1 Ideale Analyse (Golden Rules)

- **Bedingungen:** Ströme in die Eingänge sind null ($I_+ = I_- = 0$). Bei vorhandener negativer Rückkopplung sind die Spannungen an den Eingängen gleich ($V_+ = V_-$).
- **Mehrere OPs:** Superposition (Überlagerungssatz) anwenden oder von links nach rechts durchrechnen (Ausgang des ersten OP ist eine ideale Spannungsquelle für den zweiten OP).
- **Knotengleichungen:** Kirchhoff'sche Knotenregel am invertierenden (-) und nicht-invertierenden (+) Eingang aufstellen.

2.2 Nichtidealitäten berechnen

Nichtidealitäten werden oft nach dem **Superpositionsprinzip** getrennt voneinander berechnet und am Ende addiert. V_{in} wird dabei oft als 0V (GND) angenommen, um den reinen Fehler ΔV_{out} zu berechnen.

- **Endliche Open-Loop Verstärkung (A_{OL}):** Die goldene Regel $V_+ = V_-$ ist hier **ungültig!** Stattdessen gilt exakt:

$$V_{out} = A_{OL} \cdot (V_+ - V_-) \implies V_- = V_+ - \frac{V_{out}}{A_{OL}}$$

Diesen Ausdruck für V_- in die Knotengleichung einsetzen und nach V_{out} auflösen. Das Resultat führt oft auf einen Korrekturfaktor im Nenner.

- **Offset-Spannung (V_{OS}):** Eingangssignal auf 0 setzen. In Serie zum positiven Eingang wird eine Spannungsquelle V_{OS} (typischerweise einige mV) eingesetzt. Der OP verstärkt diese wie eine normale Eingangsspannung am positiven Pol.

$$\Delta V_{out,OS} = V_{OS} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_{in}}\right) \quad (\text{Noise-Gain})$$

- **Bias- und Offset-Ströme (I_{B+}, I_{B-}, I_{OS}):** Beide Eingänge mit idealen Stromquellen versehen, die nach GND abfließen (oder in den OP hinein).
 - $I_{OS} = I_{B+} - I_{B-}$ (Differenz der Ströme).
 - Ohne Kompensationswiderstand am (+)-Eingang bewirkt I_{B-} einen Spannungsabfall über dem Rückkopplungswiderstand R_f : $\Delta V_{out} = I_{B-} \cdot R_f$.
 - Um Bias-Ströme zu kompensieren, dimensioniert man den Widerstand am (+)-Eingang so, dass er dem Parallelinnenwiderstand des (-)-Eingangs ($R_f \parallel R_{in}$) entspricht.
- **Dynamische Grenzen (Slew Rate & GBP):**
 - **GBP:** Frequenz, bei der die Open-Loop-Verstärkung 0 dB (1 V/V) erreicht. Bandbreite des geschlossenen Kreises $f_g = \frac{GBP}{A_{noise}}$. (Achtung: Teiler ist das Noise-Gain $\left(1 + \frac{R_f}{R_{in}}\right)$, nicht zwingend die Signalverstärkung).
 - **Slew Rate (SR):** Maximale Flankensteilheit $SR = \max\left(\frac{dV_{out}}{dt}\right)$. Ein Sinus $V_{out}(t) = \hat{V} \sin(\omega t)$ verzerrt, sobald $\hat{V} \cdot 2\pi f > SR$.

3 Aktive Filterschaltungen (Amplitudengang & Shifte)

Aufgaben umfassen oft Sallen-Key oder Multiple-Feedback (MLF) Filterstrukturen zweiter Ordnung.

3.1 1. Netzwerk-Übertragungsfunktion $H(s)$ aufstellen

- Widerstände als R , Kondensatoren als $Z_C = \frac{1}{sC}$ oder Admittanz $Y_C = sC$ ansetzen.
- Mit Knotenpotenzialverfahren (meistens an den Eingängen des OPs) die Übertragungsfunktion $H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)}$ ermitteln.
- Den Ausdruck so umformen, dass im Nenner ein Polynom nach absteigenden Potenzen von s (z.B. $s^2 + \dots s + \dots$) entsteht und der konstante Term zu 1 normiert wird.

3.2 Koeffizientenvergleich (Normalform)

Das resultierende $H(s)$ wird mit den Standardformen verglichen:

- **Tiefpass 2. Ordnung:**

$$H(s) = \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega_0 Q} + \left(\frac{s}{\omega_0}\right)^2}$$

- Identifikation durch Gleichsetzen:
 - Resonanz-/Eckfrequenz ω_0 : Aus dem Term bei s^2 berechnen ($\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$ etc.).
 - Filtergüte Q : Aus dem linearen s -Term berechnen (wobei Dämpfung $D = \frac{1}{2Q}$ ist).
 - Gleichspannungsverstärkung A_0 : Wert von $H(s)$ für $s \rightarrow 0$.

3.3 Amplitudengang (Bode-Diagramm)

- **DC-Gain (Tiefpass):** Start bei $20 \log_{10}(|A_0|)$ dB für kleine Frequenzen ($\omega \ll \omega_0$).
- **Grenzfrequenz:** Bei ω_0 knickt die Kurve nach unten.
- **Flankensteilheit:** Fällt asymptotisch mit -40 dB/Dekade (für 2. Ordnung).
- **Überhöhung (Resonanz):** Wenn $Q > 0.707$ (bzw. $1/\sqrt{2}$), gibt es einen Peak (Tschebyscheff-Charakteristik). Das Maximum liegt leicht unterhalb der Resonanzfrequenz:

$$\omega_{max} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}, \quad |H(\omega_{max})| = \frac{A_0 \cdot Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

3.4 Frequenz- und Impedanz-Shifts (Transformationen)

Um Filter auf eine neue Zielfrequenz oder praktikablere Bauteilwerte umzurechnen:

- **Impedanzskalierung (k_R):** Alle Widerstände mal k_R , alle Kondensatoren durch k_R . Frequenz und Güte bleiben exakt gleich, Stromaufnahme ändert sich.
- **Frequenzskalierung (k_f):** Ziel ist eine neue Frequenz $\omega_{neu} = k_f \cdot \omega_{alt}$. Kondensatoren werden durch k_f dividiert (Widerstände bleiben unangetastet).

4 Oszillatoren

Diese Schaltungen erzeugen ohne externes Eingangssignal eine Schwingung. Es geht immer um das **Barkhausen-Kriterium**.

4.1 Schleifenverstärkung $L(j\omega)$ aufstellen

- **Schleife auftrennen:** Typischerweise am Ausgang des OPV (Rückkopplung unterbrechen).
- **Testsignal:** An den offenen Eingang des Netzwerks ein fiktives Signal V_x anlegen. Das ankommende Signal am anderen Ende der Trennstelle wird V_y genannt.
- **Übertragungsfunktion berechnen:** $L(s) = \frac{V_y}{V_x}$. Dies besteht meist aus der Verstärkung A des OPs und einem passiven Frequenznetzwerk $k(s)$ (z.B. RC-Glied). Es gilt: $L(s) = A \cdot k(s)$.
- Substitution $s = j\omega$, um in den Frequenzbereich zu wechseln.

4.2 Phasenbedingung (Bestimmung der Schwingfrequenz f_0)

- Damit die Schaltung schwingt, muss das Signal "in Phase" zurückkehren. Der Imaginärteil der Schleifenverstärkung muss null werden.
- **Rechnung:** Setze $\Im\{L(j\omega_0)\} = 0$.
- Nach ω_0 auflösen und die Schwingfrequenz berechnen: $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.
- *Beispiel Wien-Robinson:* Das RC-Netzwerk liefert im Nenner einen rein reellen Wert bei $\omega_0 = \frac{1}{RC}$.

4.3 Amplitudenbedingung (Bestimmung der Mindestverstärkung A_{min})

- Das Signal darf beim Durchlauf durch die Schleife nicht kleiner werden. Für eine stabile (sich aufbauende) Schwingung muss gelten: $\Re\{L(j\omega_0)\} \geq 1$.
- Setze die oben ermittelte Resonanzfrequenz ω_0 in den Realteil der Schleifenverstärkung ein.
- Nach der Verstärkung A auflösen.
- *Beispiel Wien-Robinson:* Das RC-Netzwerk dämpft bei Resonanz um den Faktor $k(j\omega_0) = 1/3$. Daher muss der OP-Verstärker (nicht-invertierend) zwingend $A = 1 + \frac{R_2}{R_1} \geq 3$ haben. Daraus folgt die Widerstandsbedingung $R_2 \geq 2R_1$.

4.4 Amplitudenstabilisierung

Oft ist noch eine Teilaufgabe dabei, wie die Amplitude begrenzt wird (z.B. zwei antiparallele Dioden parallel zu R_2). Wenn die Ausgangsspannung steigt, werden die Dioden leitend, reduzieren den effektiven Rückkopplungswiderstand R_2 , wodurch die Verstärkung unter den kritischen Wert ($A < 3$) sinkt und die Amplitude stabilisiert wird.

5 Transistorschaltung: Stromquellen und Differenzstufen

Hier geht es um die Versorgung (Bias) und das Verhalten von Verstärkern im analogen Schaltungsdesign (IC-Design).

5.1 Stromquellen und Stromspiegel (Spiegelverhältnis)

- **Referenzstrom I_{ref} berechnen:** Maschengleichung auf der Seite des als Diode verschalteten Transistors (Kollektor und Basis verbunden):

$$I_{ref} = \frac{V_{CC} - V_{BE} - V_{EE}}{R_{ref}}$$

- **Ausgangsstrom I_{out} (ideal):** Wenn $\beta \rightarrow \infty$ und beide Transistoren identische Flächen haben, gilt $I_{out} = I_{ref}$.
- **Basisstrom-Fehler (endliches β):** Ein Teil von I_{ref} wird für die Versorgung der Basisströme abgezweigt. Für einen einfachen Stromspiegel gilt:

$$I_{out} = I_{ref} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{\beta_{DC}}}$$

(Bei Widlar- oder Kaskoden-Spiegeln weichen diese Fehlerterme ab; Kaskoden verringern den Early-Effekt-Fehler, aber Basisströme bleiben relevant).

5.2 Dynamischer Ausgangswiderstand r_{out}

Stromquellen sollen idealerweise einen unendlich grossen Ausgangswiderstand haben.

- **Einfacher Spiegel:** $r_{out} = r_o = \frac{V_A + V_{CE}}{I_{out}}$.
- **Spiegel mit Emitter-Degeneration (R_E):** Ein Widerstand R_E am Emitter erhöht den Ausgangswiderstand drastisch durch negative Stromrückkopplung:

$$r_{out} \approx r_o \cdot (1 + g_m R_E)$$

- **Aktive Lasten:** Wenn ein Transistor einer Verstärkerstufe durch eine Stromquelle als Last versorgt wird (Spannungsquelle/Stromquelle), ist der Lastwiderstand für die AC-Analyse schlichtweg das r_{out} des Spiegels.

5.3 Gekoppelte Differenzstufe

Eine Differenzstufe (zwei emittergekoppelte Transistoren) wird oft von der oben berechneten Stromquelle (Tail-Current I_0) versorgt.

- **DC-Arbeitspunkt:** Der Gesamtstrom I_0 teilt sich hälftig auf (bei Symmetrie und $V_{diff} = 0$). Also $I_{C1} = I_{C2} = \frac{I_0}{2}$. Mit diesem Strom wird das g_m für beide Transistoren berechnet.
- **Kleinsignalverstärkung (A_{diff}):** Mit dem Halbschaltungs-Ersatzbild (Emittersymmetriepunkt = virtueller GND).

$$A_{diff} = \frac{v_{out}}{v_{in1} - v_{in2}} = g_m \cdot (R_C \parallel r_{out, Transistor})$$

- **Eingangswiderstand:** Differentielle Signale "sehen" zwei Basis-Emitter-Strecken in Serie: $R_{in, diff} = 2 \cdot r_{\pi}$.