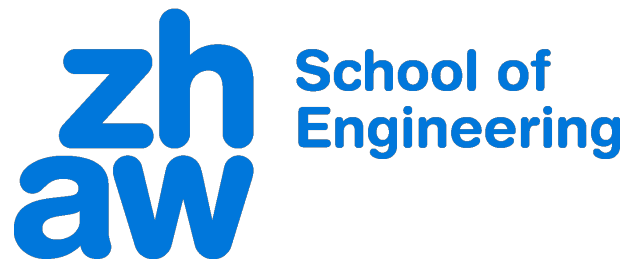


ZHAW Zurich University of Applied Sciences
Winterthur



Zusammenfassung AN1

Studienwochen 1-7

Written by: Severin Sprenger
October 13, 2025
Zf. AN1 SW 1-7

1 Funktionen

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto y$$

- Definitionsbereich: $D(f) = \mathbb{R}$
- Zielbereich: $Z(f) = \mathbb{R}$
- Freie Grösse: x
- Abhängige Grösse: y
- Bild von x bei f : $f(x)$
- Bildbereich (Menge aller Bilder): $B(f)$

1.1 Folgen

$$a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$n \mapsto a_n$$

2 Ableitung

$$f'(x_0) = \lim_{x_n \rightarrow x_0} \frac{f(x_n) - f(x_0)}{x_n - x_0}$$

2.1 Notation

Ableitung von Fkt f nach x : $f'(x) = \dot{f}(x) = \frac{df}{dx}$

2.2 Ableitungstabelle

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
C	0	$\log_n(x)$	$\frac{1}{x \ln(a)}$
Cx	C	e^x	e^x
x^n	nx^{n-1}	n^x	$\ln(n)n^x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\sin(x)$	$\cos(x)$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\cos(x)$	$-\sin(x)$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$\tan(x)$	$\frac{1}{\cos^2(x)}$

2.3 Ableitungsregeln

$$\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$$

$$\{f(x) \cdot g(x)\}' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left\{ \frac{f(x)}{g(x)} \right\}' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

$$\{f(g(x))\}' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

3 Visualisierung

Graph einer Fkt wird ist eine Punktmenge: $\Gamma(f) = \{\dots\}$.

Fkt die stetig sind (Fkt ohne Sprünge) können visualisiert werden.

3.1 KP / KG

Kontrollpunkte (KP) und Kontrollgeraden (KG) verwenden um Fkt zu visualisieren.

- Bsp. KP: Nullstellen / Maximum / Minimum
- Bsp. KG: x-Achse / y-Achse / Grenzwerte

4 Aufleiten / Unbestimmtes Integral

$$\int f(x) dx = F(x) + C; C \in \mathbb{R}$$

$$F'(x) = f(x)$$

4.1 Aufleitungstabelle

$f(x)$	$\int f(x) dx$
0	C
a	$ax + C$
$x^n, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$
$n^x, n > 1$	$\frac{n^2}{\ln(n)} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x) + C$

$f(x)$	$\int f(x) dx$
e^x	$e^x + C$
$\sin(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$\sin(x) + C$
$(ax + b)^n, n \neq -1$	$\frac{1}{a(n+1)} (ax + b)^{n+1} + C$
$\frac{1}{ax+b}$	$\frac{1}{a} \ln(ax + b) + C$

4.2 Aufleitungsregeln

$$\int c \cdot f(x) dx = c \cdot \int f(x) dx$$

$$\int f(x) + g(x) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int f'(g(x)) \cdot g'(x) dx = f(g(x)) + C$$

5 Bestimmtes Integral

a ist das obere Limit des Integrals und b ist das untere Limit.

$$\int_a^b f(x) dx$$

5.1 Riemannsche Summen

$$\Delta s = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{n=0}^{\frac{t_1 - t_0}{\Delta t}} v(t_0 + n \cdot \Delta t + \frac{\Delta t}{2}) \cdot \Delta t = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt$$

5.2 Trapezmethode

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{n=0}^N f(a + n \cdot \frac{b-a}{N} + \frac{b-a}{2 \cdot N})$$

$$\Delta x = \frac{b-a}{N}; N \text{ ist die Anzahl Intervalle.}$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{n=0}^{\frac{b-a}{\Delta x}} f(a + n \cdot \Delta x + \frac{\Delta x}{2})$$

5.3 Hauptsatz

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

5.4 Flächen

Eingeschlossene Fläche $\rightarrow$ Vorzeichenunbehaftet (Betrag der Fläche zwischen Fkt Schnittpunkte)

Fläche unter der Fkt $\rightarrow$ Vorzeichenbehaftet (Normal best. Integral)

6 Mengen

$$\mathbb{N} = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^- = \{-1; -2; -3; -4; \dots\}$$

$$\mathbb{N}_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$$

$$\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$$

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

$$\mathbb{R}^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$$

$$\mathbb{R}_0^+ = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$$

$$\mathbb{R}^- = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 0\}$$

$$\mathbb{R}_0^- = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$$

6.1 Symbole

- Ist Element: $a \in A$
- Kein Element $b \notin B$
- Ist Teilmenge: $A \subset B$
- keine Teilmenge: $A \not\subset B$
- Ware Teilmenge (Mengen nicht gleich): $A \subsetneq B$
- Leere Menge: $A = \{ \}, A = \emptyset$

6.2 Operationen

- $A \cap B$: A und B (Schnittmenge)
- $A \setminus B$: A ohne Elemente in B
- $A \cup B$: A oder B (Vereinigung)
- $A \triangle B$: A xor B

6.3 Produktmengen

Die Produktmenge $A \times B$ zweier Mengen A und B ist die Menge aller Paare (a, b) mit $a \in A$ und $b \in B$. Für $A \times A$ wird auch A^2 geschrieben. (D78)

6.4 Intervalle

- Abgeschlossenes Intervall: $[a; b]$
- Halboffenes Intervall: $(a; b] =]a; b]$
- Offenes Intervall: $(a; b) =]a; b[$
- Unendliches Intervall: $[a; \infty) = [a; \infty[$

6.5 Lösungsmengen Bsp.

- $\mathbb{L} = \{2; 8; \dots\}$
- $\mathbb{L} = \{ \}$
- $\mathbb{L} = \{x \in \mathbb{R} \mid 5 < x < 7\}$
- $\mathbb{L} = [1; 8[$

7 Quadratische Funktion

- Normalform: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Scheitelpunktform: $f(x) = a(x - y_S)^2 + x_S, S(x_S, y_S)$
- Lösungsformel: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
- Nullstellenform: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$