ZHAW Zurich University of Applied Sciences

Winterthur

Zusammenfassung STS
Studienwochen 1-3

Written by: Severin Sprenger

October 13, 2025

Zf. STS SW 1-3

1 Ergebnismenge

$$\begin{aligned} \Omega&: \text{ Ergebnismenge} \\ \omega_k&: \text{ Zustand} \\ E&: \text{ Ergebnis} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega_1 \times \Omega_2 \\ &= \{w_{1,1},\, \dots,\, w_{1,i}\} \times \{w_{2,1},\, \dots,\, w_{2,j}\} \\ &= \{(w_{1,1},\, w_{2,1}), \dots, (w_{1,i},\, w_{2,j})\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Omega &= \{w_1,\, \dots,\, w_k\}^j \\ &= \underbrace{\{w_1,\, \dots,\, w_k\} \times \{w_1,\, \dots,\, w_k\} \times \dots}_{j \text{ mal}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_k &\subset \Omega \\ \Omega &= \{E_1,\, \dots,\, E_k\} \end{aligned}$$

2 Disjunktivität

$$\begin{aligned} \text{Ergebnisse disjunktiv: } & E_1 \cap E_2 = \emptyset, \quad P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \\ \text{Paarweise disjunktiv: } & E_i \cap E_j = \emptyset,\ \ \forall i \neq j, \quad P\left(\cup_{k=1}^{\infty} E_k\right) = \sum_{k=1}^{\infty} P(E_k) \\ \text{Nicht Paarweise disjunktiv: } & E_i \cap E_j = \emptyset,\ \ \exists i \neq j \end{aligned}$$

3 Wahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} P(\cdot)&: \text{ Relative Häufigkeit eines Ergebnisses (Wahrscheinlichkeit)} \\ p(\cdot)&: \text{ Wahrscheinlichkeit eines Zustandes} \\ H_{E_k}(n)&: \text{ Anzahl Erscheinungen von } E_k \text{ bei } n \text{ Wiederholungen} \end{aligned}$$

$$\begin{gathered} \lim_{n\to\infty} \frac{H_{E_k}(n)}{n} = P(E_j) \\ P(\cdot) \in [0;\, 1],\ \ P(\emptyset) = 0,\ \ P(\Omega) = 1 \\ \sum_{\omega\in\Omega} p(\omega) = 1,\ \ P(E) = \sum_{\omega\in E} p(\omega) \end{gathered}$$

$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \ &\Longleftarrow\ \underbrace{E_1 \cap E_2 = \emptyset}_{\text{aka. disjunktiv}} \\ P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cup E_2) \ &\Longleftarrow\ E_1 \cap E_2 \neq \emptyset \\ P(\{w_i\}) = P(\{w_j\}),\ \ \forall w_j, w_i \in \Omega \ &\Longrightarrow\ P(E_k) = \frac{|E_k|}{|\Omega|} \end{aligned}$$

$$P\left(\{w_i\}\right) = P\left(\{w_j\}\right), \quad \forall w_j, w_i \in \Omega \implies \text{Gleichverteilung}$$

4 Wahrscheinlichkeitsraum

$$\begin{aligned} \Sigma&: \text{Mögliche Ergebnisse eines Experiments} \\ \text{Pot}\left(\Omega\right)&: \text{Ergebnisse } E_k \text{ in } \Omega \left(\Sigma \subset \text{Pot}\left(\Omega\right)\right) \\ \left(\Omega,\, \Sigma,\, P\right)&: \text{Wahrscheinlichkeitsraum} \end{aligned}$$

$$\Omega \text{ ist abzählbar und } \Sigma = \text{Pot}\left(\Omega\right) \implies \text{Diskreter Wahrscheinlichkeitsraum}$$

$$\begin{aligned} E^C &= \Omega \setminus E \\ P\left(E\right) &= 1 - P\left(E^C\right) \\ E_1 \subset E_2 &\implies P\left(E_1\right) \leq P\left(E_2\right) \end{aligned}$$

5 Unabhängigkeit

$$P\left(E_1 \cap E_2\right) = P\left(E_1\right) \cdot P\left(E_2\right) \implies E_1, E_2 \text{ sind unabhängig}$$

6 Permutationen

$P_{n,k}$ ist die Anzahl von Ergebnissen wenn es n mögliche Resultate des durchgeführten Experiments gibt, das Experiment k-Mal wiederholt wird und dabei bei jeder Wiederholung das erschienene Resultat aus den möglichen Resultaten entfernt wird. Dabei wird die Reihenfolge des Erscheinens der Resultate berücksichtigt.

$$P_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}, \quad n \geq k \geq 0, \quad k \in \mathbb{N}$$

$$n \to \text{Anzahl mögliche Resultate zu beginn}, \; k \to \text{Anzahl Wiederholungen}$$

$C_{n,k}$ ist eine Erweiterung von $P_{n,k}$, wobei die Reihenfolge des Erscheinens der Resultate nicht berücksichtigt wird.

$$\begin{aligned} C_{n,k} &= \frac{P_{n,k}}{k!} \\ &= \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} \\ &= \binom{n}{k} \end{aligned}$$

$$n \to \text{Anzahl mögliche Resultate zu beginn}, \; k \to \text{Anzahl Wiederholungen}$$

$$\binom{u}{0} = \binom{u}{u} = 1$$
$$\binom{u}{1} = \binom{u}{u-1} = u$$
$$\binom{u}{k} = \binom{u}{u-k}$$

7 Multiplikationskoeffizient

$$\frac{n!}{\prod_{i=1}^{n}(n_i!)} = \binom{n}{n_1, \ldots, n_i}$$

$n \rightarrow$ Anzahl Elemente, $n_i \rightarrow$ Anzahl von Type i in Ergebnis

8 Symbole

$\iff$: If and only if
$\implies$: Implies
$\impliedby$: Implied By
$\forall$: For all
$\exists$: Exists
$\subset$: Proper Subset
$\subseteq$: Equal Subset
$\in$: Element of Set
$\cup$: Union (oder)
$\cap$: Intersection (und)
$\setminus$: Without (ohne)
$|\cdot|$: Element Count